**Implementacja grafu**

**Co to jest graf ?**

*Definicja:*

Graf to struktura matematyczna służąca do przedstawiania oraz analizy relacji między obiektami.

*Teraz prostymi słowami:*

Graf składa się z wierzchołków i krawędzi. Wierzchołki odpowiadają obiektom, krawędzie to połączenia między obiektami (wierzchołkami). Jeśli mamy jakiś zbiór obiektów, to graf powie nam, które z tych obiektów są ze sobą połączone.

**Grafy skierowane i nieskierowane**

W grafie nieskierowanym połączenie między wierzchołkami (krawędź) jest „dwukierunkowa” (jeśli obiekt 1 jest połączony z 2 to obiekt 2 jest też połączony z 1)



*Rys.1. Graf nieskierowany.*

W przypadku grafu skierowanego, połączenia między wierzchołkami są „jednokierunkowe”. Jeśli krawędź łączy obiekt 1 z obiektem 2, to nie oznacza to, że obiekt 2 jest połączony z 1.



*Rys. 2. Graf skierowany*

W przypadku wizualizacji grafu nieskierowanego, krawędzie wizualizuje się za pomocą linii, w przypadku grafu skierowanego linie mają strzałki, pokazujące kierunek połączenia.

Uwaga: Na rysunku poniżej też pokazano graf. Jest to tzw. graf niespójny. Generalnie, w grafie spójnym dla dowolnej pary wierzchołków istnieje ścieżka która je łączy.



*Rys. 3. Graf niespójny.*

**Reprezentacje grafów**

Istnieją dwie popularne reprezentacje grafów:

1. Za pomocą macierzy sąsiedztwa
2. Za pomocą listy sąsiedztwa

Jak zwykle, każda z tych reprezentacji ma swoje zalety i wady. Poniżej je omówimy

**Reprezentacja za pomocą macierzy sąsiedztwa**

Mamy graf zawierający N wierzchołków. Tworzymy macierz kwadratową G o rozmiarze N na N. W macierzy przechowujemy wartości typu bolean (true-false, lub 0-1).

Jeśli i-ty wierzchołek jest połączony krawędzią z wierzchołkiem -j-tym to w macierzy element G[i][j] przyjmuje wartość true (lub 1), jeśli nie ma takiej krawędzi to G[i][j] = false.

Zalety reprezentacji za pomocą macierzy sąsiedztwa:

1. Jest to bardzo szybka reprezentacja. Sprawdzenie, czy istnieje bezpośrednia krawędź łącząca dwa wierzchołki (ewentualnie dodanie nowej krawędzi lub usunięcie istniejącej) odbywa się w czasie O(1).
2. Można bardzo szybko uzyskać listę sąsiadów danego wierzchołka (czyli wierzchołków, z którymi dany wierzchołek jest połączony krawędzią). Robi się to w czasie O(N).

Wady:

Jest to reprezentacja o dużych wymaganiach pamięciowych. Jest to szczególnie istotne wtedy, gdy graf jest „rzadki” tzn. ma dużo wierzchołków ale stosunkowo mało krawędzi.

UWAGA:

Jeśli graf jest nieskierowany to G[i][j]==G[j][i].

**Reprezentacja za pomocą listy sąsiedztwa**

Graf w tej reprezentacji to lista list. Dla każdego wierzchołka trzymamy listę jego sąsiadów (czyli wierzchołków, z którymi jest on połączony krawędzią). Listy dla kolejnych wierzchołków trzymamy w liście zewnętrznej. Przykładowo, dla grafu z rys. 3 reprezentacja za pomocą listy wygląda tak:

|  |  |
| --- | --- |
| Wierzchołek | Lista sąsiadów |
| 0 | 1 |
| 1 | 0,2,3 |
| 2 | 1,3 |
| 3 | 1,2 |
| 4 | Pusta |
| 5 | 6 |
| 6 | 5 |

Zalety:

Mała złożoność pamięciowa O(V+E) gdzie E to liczba krawędzi a V liczba wierzchołków.

Wady:

Sprawdzenie, czy istnieje krawędź między dwoma wierzchołkami ma złożoność -w najgorszym razie O(E)

**Przykład.**

Dla grafu o 1000 wierzchołkach oraz 5000 krawędzi macierz sąsiedztwa musi mieć milion elementów. Dla tego samego grafu w przypadku listy sąsiedztwa musimy przechować jedynie 6000 elementów.

Gdy wierzchołków jest milion a krawędzi 10 milionów (każdy wierzchołek ma średnio 10 sąsiadów) to macierz sąsiedztwa ma bilion elementów (czyli zajmuje około 1TB). W przypadku listy sąsiedztwa będą to tylko dziesiątki MB.

**Jeszcze inne reprezentacja (jej nie implementujemy)**

Lista krawędzi – lista, która przechowuje tylko pary wierzchołków (lub obiekty klasy „Edge”)

**Grafy z wagami**

Często istotne jest, by krawędziom nadawać pewne wagi (liczby). Jest to istotne np. w sytuacji gdy wierzchołki to miasta a krawędzi to długości dróg między nimi.

Aby przechowywać graf z wagami w macierzy sąsiedztwa wystarczy aby trzymać w niej nie booleany a liczby (inty/longi/double – w zależności od rodzaju wagi).

W przypadku w listach (dla danego wierzchołka) trzymamy nie numery sąsiednich wierzchołków a obiekty typu krawędź (każdy taki obiekt ma wierzchołek początkowy, końcowy oraz wagę).